

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor (m.c.m. y m.c.d.)

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

1. Teoría

Múltiplos y divisores: repaso rápido

Un **múltiplo** (número que sale de multiplicar otro por 1, 2, 3...) de 4 es: 4, 8, 12, 16, 20, 24... ¡No se acaban nunca!

Un **divisor** (número que cabe dentro de otro una cantidad exacta de veces, sin que sobre nada) de 12 es: 1, 2, 3, 4, 6 y 12. Los divisores de un número sí se acaban.

Descomposición en factores primos

Un **número primo** (número que solo se puede dividir, sin que sobre nada, entre 1 y él mismo) es 2, 3, 5, 7, 11, 13...

Para **descomponer** un número (escribirlo como multiplicación de números primos) vamos dividiendo entre primos hasta llegar a 1:

- $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$
- $18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$

El máximo común divisor (m.c.d.)

El **m.c.d.** (el divisor más grande que comparten dos o más números) se usa para **repartir en grupos iguales y lo más grandes posible**, sin que sobre nada.

Cómo se calcula:

1. Descompón cada número en factores primos.
2. Elige solo los factores **comunes** (que están en todos).
3. De cada uno, coge el de **menor exponente**.
4. Multiplícalos.

m.c.d.(12, 18): $12 = 2^2 \times 3$ y $18 = 2 \times 3^2 \rightarrow$ comunes: 2 y 3, con el menor exponente $\rightarrow 2 \times 3 = 6$.

El mínimo común múltiplo (m.c.m.)

El **m.c.m.** (el múltiplo más pequeño, distinto de cero, que comparten dos o más números) se usa para **saber cuándo vuelven a coincidir dos cosas que se repiten cada cierto tiempo.**

Cómo se calcula:

1. Descompón cada número en factores primos.
2. Elige los factores comunes **y** los no comunes.
3. De cada uno, coge el de **mayor exponente.**
4. Multiplícalos.

m.c.m.(12, 18): comunes y no comunes $\rightarrow 2^2 \times 3^2 = \mathbf{36}$.

Un truco para no confundirlos

	M.C.D.	M.C.M.
¿Para qué sirve?	Repartir en grupos iguales	Ver cuándo coinciden cosas que se repiten
¿Qué factores?	Solo los comunes	Comunes y no comunes
¿Qué exponente?	El menor	El mayor
Resultado	Menor o igual que los números	Mayor o igual que los números

2. Ejemplos resueltos

Ejemplo 1: m.c.d. para repartir caramelos

Ana tiene 24 caramelos de fresa y 36 de limón. Quiere hacer bolsas iguales, con el mayor número de bolsas posible y sin que sobre nada.

Paso 1. Descompongo: $24 = 2^3 \times 3$ y $36 = 2^2 \times 3^2$.

Paso 2. Factores comunes: 2 y 3.

Paso 3. Menor exponente: $2^2 \times 3 = 12$.

Solución: 12 bolsas. En cada una irán $24 \div 12 = 2$ caramelos de fresa y $36 \div 12 = 3$ de limón.

Ejemplo 2: m.c.m. en el gimnasio

Pablo entrena natación cada 6 días y fútbol cada 8 días. Hoy ha hecho las dos cosas. ¿Cuándo volverá a coincidir?

Paso 1. Descompongo: $6 = 2 \times 3$ y $8 = 2^3$.

Paso 2. Comunes y no comunes: 2 y 3.

Paso 3. Mayor exponente: $2^3 \times 3 = 24$.

Solución: dentro de 24 días.

Ejemplo 3: tres números a la vez

Marta va a casa de su abuela cada 4 días, a la piscina cada 6 días y al club de ajedrez cada 10 días. ¿Cada cuántos días hace las tres cosas el mismo día?

Paso 1. $4 = 2^2$, $6 = 2 \times 3$, $10 = 2 \times 5$.

Paso 2. Comunes y no comunes: 2, 3 y 5.

Paso 3. Mayor exponente: $2^2 \times 3 \times 5 = 60$.

Solución: cada 60 días.

3. Ejercicios de práctica

Ejercicio 1 ★ Completa la tabla

Escribe la descomposición en factores primos y el número de divisores que tiene cada número.

NÚMERO	DESCOMPOSICIÓN EN PRIMOS	DIVISORES
12		
18		
	$2^2 \times 5$	
30		
	3×5	

Ejercicio 2 ★ Lee cada frase y rodea V si es verdadera o F si es falsa.

Rodea V o F en cada frase.

- | | |
|---|-------|
| a) El m.c.m. de dos números nunca es menor que ninguno de esos dos números. | V / F |
| b) El 1 es un número primo. | V / F |
| c) El m.c.d. de 8 y 12 es 4. | V / F |
| d) El m.c.m. de 3 y 5 es 15. | V / F |

Ejercicio 3 ★ ★ Une cada situación con lo que hay que calcular

Repartir 20 lápices y 30 gomas en

- | | |
|---|---------------------|
| 1. cajas iguales y del mayor tamaño posible • | • a) m.c.m.(15, 20) |
|---|---------------------|

Dos autobuses salen cada 15 y 20

- | | |
|---|---------------------|
| 2. minutos; ¿cuándo coinciden otra vez? • | • b) m.c.d.(16, 24) |
|---|---------------------|

Tres luces parpadean cada 4, 6 y

- | | |
|--|---------------------|
| 3. 8 segundos; ¿cuándo parpadean juntas? • | • c) m.c.d.(20, 30) |
|--|---------------------|

Cortar dos listones de 16 cm y 24

- | | |
|---|----------------------|
| 4. cm en trozos iguales lo más largos posible • | • d) m.c.m.(4, 6, 8) |
|---|----------------------|

Ejercicio 4 ★ Calcula:

a) m.c.d.(12, 20)

b) m.c.m.(6, 9)

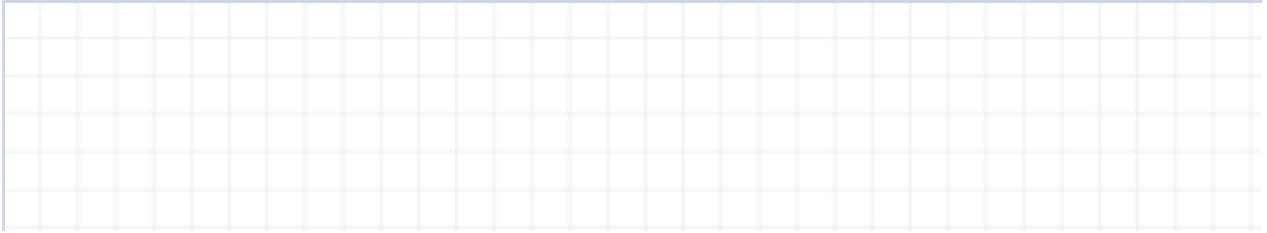
Ejercicio 5 ★ ★ Calcula:

a) m.c.d.(24, 36, 60)

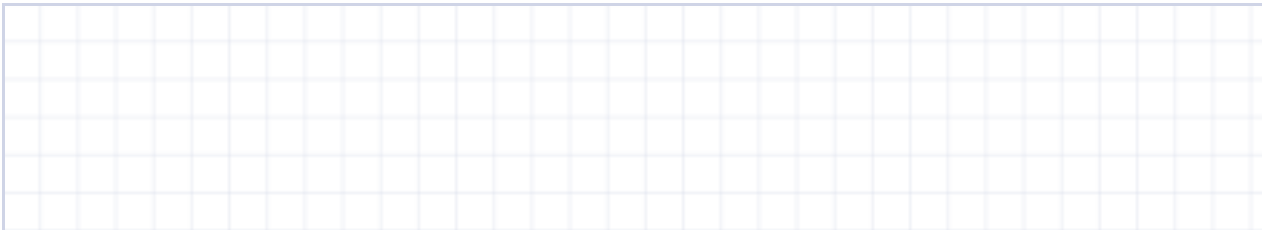
b) m.c.m.(8, 12, 15)

Ejercicio 6 ★ ★ En una frutería hay 48 naranjas y 60 manzanas. Quieren hacer bolsas iguales, con el mayor número de bolsas posible y sin que sobre nada.

a) ¿Cuántas bolsas harán?

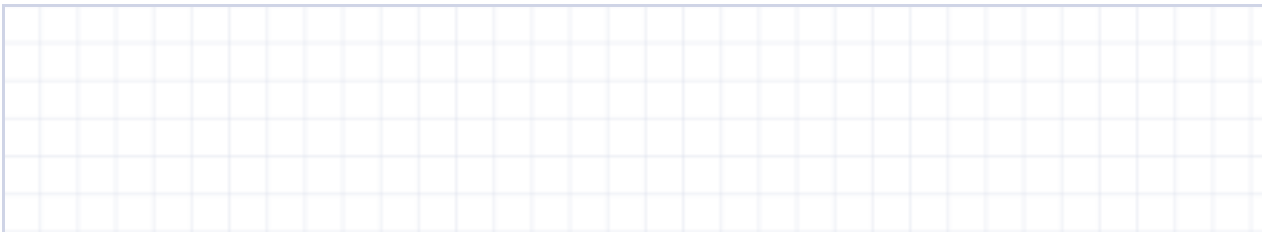


b) ¿Cuántas naranjas y cuántas manzanas irán en cada bolsa?

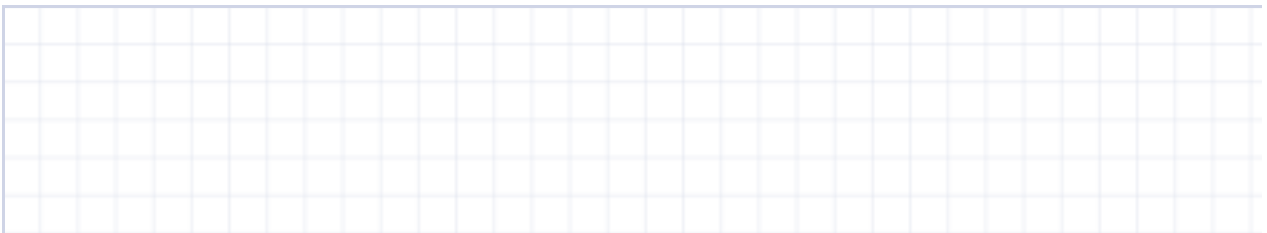


Ejercicio 7 ★ ★ ★ Un videojuego manda un mensaje cada 10 minutos y otro cada 15 minutos. Cuando empiezas a jugar, los dos mensajes coinciden.

a) ¿Cada cuántos minutos volverán a coincidir?



b) Si juegas 90 minutos, ¿cuántas veces coinciden contando la primera vez que coinciden al empezar?



Ejercicio 8 ★ ★ ★ **Creativo: dibuja tú la situación**

Inventa un problema de tu vida (familia, deporte, mascotas...) en el que haya que calcular un m.c.m. Escribe el enunciado y resuélvelo.

Espacio para dibujar

4. Soluciones

Ejercicio 1

- $12 \rightarrow 2^2 \times 3 \rightarrow 6$ divisores
- $18 \rightarrow 2 \times 3^2 \rightarrow 6$ divisores
- $20 \rightarrow 2^2 \times 5 \rightarrow 6$ divisores
- $30 \rightarrow 2 \times 3 \times 5 \rightarrow 8$ divisores
- $15 \rightarrow 3 \times 5 \rightarrow 4$ divisores

Ejercicio 2

- a) V
- b) F (el 1 no es primo: solo tiene un divisor)
- c) V
- d) V

Ejercicio 3

Clave: 1-c · 2-a · 3-d · 4-b

- Repartir en cajas iguales $\rightarrow$ m.c.d.(20, 30)
- Autobuses que coinciden $\rightarrow$ m.c.m.(15, 20)
- Luces que parpadean juntas $\rightarrow$ m.c.m.(4, 6, 8)
- Cortar listones en trozos iguales $\rightarrow$ m.c.d.(16, 24)

Ejercicio 4

- a) $12 = 2^2 \times 3$, $20 = 2^2 \times 5 \rightarrow$ comunes con menor exponente: $2^2 = 4$
- b) $6 = 2 \times 3$, $9 = 3^2 \rightarrow$ comunes y no comunes con mayor exponente: $2 \times 3^2 = 18$

Ejercicio 5

- a) $24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5 \rightarrow$ comunes con menor exponente: $2^2 \times 3 = 12$
- b) $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \times 3$, $15 = 3 \times 5 \rightarrow$ comunes y no comunes con mayor exponente: $2^3 \times 3 \times 5 = 120$

Ejercicio 6

- m.c.d.(48, 60) = $2^2 \times 3 = 12$ bolsas
- $48 \div 12 = 4$ naranjas y $60 \div 12 = 5$ manzanas en cada bolsa

Ejercicio 7

- a) m.c.m.(10, 15) = $2 \times 3 \times 5 = \mathbf{30 \text{ minutos}}$
- b) $90 \div 30 = 3$, más la vez inicial $\rightarrow \mathbf{4 \text{ veces}}$

Ejercicio 8 Respuesta libre. Debe aparecer un m.c.m. bien planteado y bien resuelto.

5. Esquema resumen y mapa conceptual

El m.c.d. y el m.c.m. frente a frente		
	m.c.d.	m.c.m.
Para qué sirve	Repartir en grupos iguales	Ver cuándo coinciden cosas que se repiten
Factores que se eligen	Solo los comunes	Comunes y no comunes
Exponente	El menor	El mayor
Cómo es el resultado	Menor o igual que los números	Mayor o igual que los números